引文格式:管建军,唐新明,李松.面向时序InSAR相位链接的鲁棒相干矩阵精化方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2025,50(11):2198-2212.DOI:10.13203/j.whugis20250153

Citation: GUAN Jianjun, TANG Xinming, LI Song. Robust Refinement Method for Coherence Matrix in Time-Series InSAR Phase Linking[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2025, 50(11): 2198-2212. DOI: 10.13203/j.whugis20250153

面向时序InSAR相位链接的鲁棒相干矩阵精化方法

管建军[1] 唐新明[2] 李 松[1]

1 武汉大学电子信息学院,湖北 武汉,430079

2 自然资源部国土卫星遥感应用中心,北京,100048

摘 要:从时间序列堆栈数据中准确恢复像元时序一致性相位即相位链接(phase linking,PL),是联合永久散射体和分布式散射体的混合时序InSAR(interferometric synthetic aperture radar,InSAR)分析中的关键处理步骤,基于最大似然估计的PL技术受样本相干矩阵(sample coherence matrix,SCM)估计偏差的制约,在求逆时偏差会被显著放大,从而错误地强调不可靠的相位观测。针对散射向量的非高斯性干扰和时间失相干效应可能显著引起SCM偏差的问题,根据样本散射向量自身特点及初始SCM内部结构特性,实现复信号统计特性与物理相干机制的双向耦合,提出了一种自适应时间失相干锥化收缩估计方法,以准确估计SCM,并与基于特征分解的干涉相位最大似然估计(eigendecomposition-based maximum-likelihood-estimator of interferometric phase,EMI)相结合,精确恢复时序一致性相位。模拟与真实场景实验结果表明,在失相干严重、低信噪比的复杂地表环境中,该估计器相较其他方法,在有效改善相干矩阵估计偏差的同时,显著提高了时序一致性相位的估计精度。

关键词:时序InSAR;最大似然估计;相位链接;样本相干矩阵精化;TDTS-SCM;时序一致性相位

中图分类号:P237 **文献标识码**:A **收稿日期**:2025-05-29

DOI:10.13203/j.whugis20250153 **文章编号**:1671-8860(2025)11-2198-15

Robust Refinement Method for Coherence Matrix in Time-Series InSAR Phase Linking

GUAN Jianjun[1] *TANG Xinming*[2] *LI Song*[1]

1 Electronic Information School, Wuhan University, Wuhan 430079, China

2 Center for Land Satellite Remote Sensing Application, Ministry of Natural Resources, Beijing 100048, China

Abstract: **Objectives**: Accurately retrieving time-series consistent phase information from time-series stacked data through phase linking (PL) serves as the critical processing step in hybrid time-series interferometric synthetic aperture radar analysis that jointly utilizes permanent scatterers and distributed scatterers. PL techniques based on maximum likelihood estimation are constrained by the estimation bias of the sample coherence matrix (SCM). During matrix inversion, this bias can be significantly amplified, potentially leading to the overemphasis of unreliable phase observations. **Methods**: To address the issue that non-Gaussian scattering vector perturbations and temporal decorrelation can introduce significant bias into the sample coherence matrix (SCM), this paper proposes the temporal decoherence taper shrinkage for SCM (TDTS-SCM) method. By leveraging both the statistical characteristics of the scattering vectors and the internal structure features of the initial SCM, the method achieves a bidirectional coupling between statistical properties of complex signals and underlying physical coherence mechanisms. Integrated with the eigendecomposi-

基金项目:国家自然科学基金(41971302,42371400);自然资源陆地卫星产品精化与验证场基础设施建设项目(GXTC-D-25070001)。

第一作者:管建军,博士,主要从事SAR影像去散斑、相位解缠、时序InSAR形变监测研究。jianjun.guan@whu.edu.cn

通信作者:李松,教授。ls@whu.edu.cn

tion-based maximum likelihood estimator, the proposed approach enables accurate estimation of the SCM and robust recovery of time-seires consistent interferometric phase. **Results**: Both simulated and real-world experimental results demonstrate that, in complex surface environments characterized by severe decorrelation and low signal-to-noise ratios, the proposed estimator significantly outperforms existing methods. It not only effectively mitigates the estimation bias of the coherence matrix, but also substantially improves the accuracy of time-series consistent phase retrieval. **Conclusions**: The proposed method effectively reconstructs dense deformation phase fringes, increases the number of identifiable measurement points, and enhances the effectiveness and accuracy of subsequent phase unwrapping. As a result, it reduces monitoring blind spots and improves the detection capability of deformation in low-coherence environments.

Key words: time-series InSAR; maximum likelihood estimation; phase linking; SCM refinement; TDTS-SCM; time-series consistent phase

时序合成孔径雷达干涉测量(time-series interferometric synthetic aperture radar，TS-InSAR)技术显著拓展了差分 InSAR(differential InSAR，DInSAR)技术对低速、连续形变的探测能力[1]，可以实现毫米级的地表形变监测精度[2-3]。近年来，联合永久散射体(permanent scatterer，PS)和分布式散射体(distributed scatterer，DS)的混合时序 InSAR 技术有效提升了早期永久散射体干涉测量(permanent scatterer InSAR，PS-InSAR[4]、小基线集干涉测量(small baseline subsets InSAR，SBAS-InSAR)[5]、StamPS[6-7]技术在复杂地表环境和低相干区域中的应用潜力。混合时序 InSAR 工具链中通过自适应多视(adaptive multi-looking，AML)[8-10]和相位链接(phase linking，PL)[11]技术来降低散斑和失相干噪声。与 SBAS-InSAR 及相关衍生算法基于多视处理牺牲影像分辨率来提升干涉质量不同，自适应多视通过对统计同质像元(statistically homogeneous pixels，SHPs)的识别[12-13]，可以在不牺牲分辨率的情况下，实现干涉质量提升和形变信号增强。

PL 是一种从时序 InSAR 堆栈中恢复一致性相位的统计推断方法，是混合时序 InSAR 工具链中抑制 DS 目标失相干效应的特有关键处理步骤，也是目前形变监测存在的重点和难点。目前 PL 方法主要采用最大似然估计策略[11-12,14]，也有学者采用相干幅度加权[15-16]、费雪信息加权[17-18]等策略，FERRETTI 等[12]在 SqueeSAR 中提出了相位三角测量算法(phase triangulation algorithms，PTA)，该算法利用 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)拟牛顿法在最大似然估计(maximum likelihood estimation，MLE)框架下迭代优化相位。尽管 PTA 理论上能提供最优解，但它对初始值很敏感，并且计算成本很高。FORNARO 等[15]提出了经典的特征值分解(eigen value decomposition，EVD)相位链接方法，通过相干幅度加权和主特征向量提取提高估计效率，尽管计算快速，但不保证全局最优。为克服 PTA 和 EVD 各自的局限，ANSARI 等[14]融合两者优势，提出基于特征分解的干涉相位最大似然估计器(eigendecomposition-based maximum-likelihood-estimator of interferometric phase，EMI)，实验证明其兼具估计精度与效率。SAMIEI-ESFAHANY 等[17]提出基于整数最小二乘(integer least squares，ILS)与 Fisher 信息加权的 PL 方法，将非线性优化问题转化为线性形式。WANG 等[19]引入具有统计精确性的真实极大似然估计(true maximum likelihood estimation，TMLE)方法，通过两级级联 PL 估计时序相位，避免了样本相干矩阵代替真实相干矩阵带来的偏差。VU 等[20]提出了协方差拟合相位链接(covariance fitting phase linking，COFI-PL)方法，该方法将 PL 描述为复向量环面上的优化问题，并结合主要化-最小化(majorization-minimization，MM)与黎曼优化策略，提升收敛性与计算效率。有关 PL 更详细的介绍可参见文献[21-22]。

基于 MLE 的 PL 技术依赖于样本相干矩阵对真实相干矩阵的逼近精度，以及对相干矩阵的稳定求逆。目前，有学者采用不同方法对样本相干矩阵(sample coherence matrix，SCM)进行改善和精化，以提高样本相干矩阵的正定性和估计精度。JIANG 等[23]证明了初始 SCM 是正向有偏的，并提出一种参数自举方法来改进初始 SCM 的偏差。ZWIEBACK 等[24]提出了 Hadamard、Spectral 和 Hadamard-Spectral 正则化方法，在保证计算效率的同时能够改善 SCM 和减少局部相位弥散效应。SHEN 等[25]提出了自适应 PL 方法，包含基于同质性测度的干涉对优化选择策略，以及基于干涉相位可观测量的最小拟合误差，自主确定最佳收缩估计参数两部分，最终实现稳健一致性相位恢复。GAO 等[26]提出基于稀疏协方差估计的正则化方法，通过引入 L1 范数抑

制稀疏逆协方差矩阵的估计偏差,能显著降低弱相干干涉图在去相关场景下的影响。LIANG等[27]基于taper收缩估计方法,提出一种适用于失相干严重情形下的SCM精化策略,有效缓解SCM偏差问题。CHEN等[28]通过特征压缩提升相位信噪比与SCM精度,并引入自适应非线性收缩策略进一步提升相干矩阵结构稳定性,在EMI框架下恢复一致性相位。

在复杂地表环境(如地形起伏大、植被覆盖密集)及长时间基线条件下,地物散射特性剧烈变化,空间异质性增强,导致相干性衰减和季节性变化加剧,引发严重时间失相干现象。这将带来以下挑战:(1)SHPs数量不足,导致高维(时间维度较大)小样本(样本量较小)问题,加剧复相干矩阵估计的不稳定性;(2)复散射向量偏离零均值复圆高斯分布,甚至呈现非高斯性与重尾特征,难以满足传统PL统计建模的先验假设。常规方法难以有效改善相干矩阵的估计精度。为克服上述问题,本文提出一种自适应时间失相干锥化收缩估计方法(temporal decoherence taper shrinkage for SCM,TDTS-SCM),以有效改善相干矩阵估计偏差,提高时序一致性相位的估计精度。

1 相关回顾

1.1 DS统计特性

对于p景已配准的时序单视复数影像,像元的时序复数值可构成p维复散射向量$\boldsymbol{y}=[x_1,x_2,\cdots,x_p]$。假设该像元由多个相互独立、均匀反射的元散射体构成(即DS像元),根据中心极限定理,此时复散射向量服从均值为0的多元复圆高斯(complex circular Gaussian,CCG)分布:$\boldsymbol{y}\sim\mathrm{CN}_p(0,\boldsymbol{\Sigma})$。多元CCG分布的概率密度函数可表示为:

$$f(\boldsymbol{y})=\frac{1}{\pi^p\det(\boldsymbol{\Sigma})}\exp(-\boldsymbol{y}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{y}) \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{y}^{\mathrm{H}}$表示共轭转置;$\boldsymbol{\Sigma}=E[\boldsymbol{y}\boldsymbol{y}^{\mathrm{H}}]$为复协方差矩阵;$\det(\cdot)$为矩阵行列式。

采用样本复协方差矩阵$\boldsymbol{S}$作为总体分布复协方差矩阵$\boldsymbol{\Sigma}$的最大似然估计:$\boldsymbol{\Sigma}\approx\boldsymbol{S}$,$\boldsymbol{S}$为Hermitian半正定矩阵。为防止振幅的抖动效应,对复散射向量$\boldsymbol{y}$进行归一化消除信号功率影响。归一化后计算的样本复协方差矩阵称为样本复相干矩阵(sample complex coherence matrix,SCCM)。DS邻域n个SHPs可构成归一化的复散射矩阵$\boldsymbol{Z}=[\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_n]\in\boldsymbol{C}^{p\times n}$,此时样本复相干矩阵可表示为:

$$\boldsymbol{S}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{y}_i\boldsymbol{y}_i^{\mathrm{H}}=\frac{1}{n}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{Z}^{\mathrm{H}}=\hat{\boldsymbol{\Gamma}}\circ\hat{\boldsymbol{\Phi}}=\begin{bmatrix}1 & \hat{\gamma}_{1,2}\exp(\mathrm{j}\hat{\phi}_{1,2}) & \cdots & \hat{\gamma}_{1,p}\exp(\mathrm{j}\hat{\phi}_{1,p})\\ \hat{\gamma}_{2,1}\exp(\mathrm{j}\hat{\phi}_{2,1}) & 1 & \cdots & \hat{\gamma}_{2,p}\exp(\mathrm{j}\hat{\phi}_{2,p})\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \hat{\gamma}_{p,1}\exp(\mathrm{j}\hat{\phi}_{p,1}) & \hat{\gamma}_{p,2}\exp(\mathrm{j}\hat{\phi}_{p,2}) & \cdots & 1\end{bmatrix} \tag{2}$$

式中,样本复相干矩阵可表示为SCM $\hat{\boldsymbol{\Gamma}}$和干涉相位矩阵$\hat{\boldsymbol{\Phi}}$的哈达玛积,矩阵$\hat{\boldsymbol{\Gamma}}$和$\hat{\boldsymbol{\Phi}}$中每个元素为观测的相干性幅值和干涉相位。

假设n个散射向量$[\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_n]$是独立同分布的$p$维复圆高斯随机向量,则样本复相干矩阵服从复维希特(Wishart)分布[29]:$\boldsymbol{S}\sim\mathrm{CW}_p(n,\boldsymbol{\Sigma})$,其中$n$为自由度(样本量),$\boldsymbol{\Sigma}$为真实复相干矩阵。Wishart分布的概率密度函数可表示为:

$$f(\boldsymbol{S})=\frac{\det(\boldsymbol{S})^{n-p}\exp\left(-\mathrm{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{S})\right)}{\pi^{p(p-1)/2}\det(\boldsymbol{\Sigma})^n\prod_{i=1}^{p}\Gamma(n-i+1)} \tag{3}$$

式中,$\mathrm{tr}(\cdot)$为矩阵迹;$\Gamma(\cdot)$为GAMMA函数。

1.2 基于MLE的PL理论

假设散射机制一致且相位三角闭合成立的前提下,真实(或理想)复相干矩阵$\boldsymbol{\Sigma}$可表示为如下的二次型结构:

$$\boldsymbol{\Sigma}=\boldsymbol{\Gamma}\circ\boldsymbol{\Phi}=\boldsymbol{\Gamma}\circ\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{H}}=\begin{bmatrix}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_1} & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_2} & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_p}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & \gamma_{1,2} & \cdots & \gamma_{1,p}\\ \gamma_{2,1} & 1 & \cdots & \gamma_{2,p}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \gamma_{p,1} & \gamma_{p,2} & \cdots & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_1} & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_2} & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_p}\end{bmatrix} \tag{4}$$

式中,$\boldsymbol{\Gamma}$为真实相干矩阵;向量$\boldsymbol{\theta}=[\mathrm{e}^{\theta_1},\mathrm{e}^{\theta_2},\cdots,\mathrm{e}^{\theta_p}]^T$为真实的时序SAR影像相位;矩阵$\boldsymbol{\Theta}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{\theta})$为对角酉矩阵。

根据n个样本及式(1)的概率密度函数构造似然函数,可求得参数$\boldsymbol{\theta}$的极大似然估计$\hat{\boldsymbol{\theta}}$。参数$\boldsymbol{\theta}$的对数似然函数可表达为:

$$\ln L(\boldsymbol{\theta})=-np\ln\pi-n\ln\det(\boldsymbol{\Sigma})-\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{y}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{y}_i) \tag{5}$$

顾及行列式 $\det(\boldsymbol{\Sigma})=\prod_{i=1}^{p}\lambda_i$，由于特征值均为实数，该行列式为实数标量。忽略式(5)两项常数项，依据矩阵迹的循环不变特性和式(2)，式(5)可简化为：

$$\ln L(\boldsymbol{\theta})\propto-\mathrm{tr}(\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{S})=-\mathrm{tr}(\boldsymbol{\Phi}^{-1}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\boldsymbol{S}) \tag{6}$$

由于真实相干矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}$ 是未知的，通常利用样本相干矩阵 $\hat{\boldsymbol{\Gamma}}$ 作为其近似值，即 $\boldsymbol{\Gamma}\approx\hat{\boldsymbol{\Gamma}}=|\boldsymbol{S}|$。同时顾及对角酉矩阵的酉性：$\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{\Theta}^{-1}$，$\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{\Theta}$。参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的 MLE 为：

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{MLE}}=\arg\max_{\boldsymbol{\theta}}\left(-\mathrm{tr}(\boldsymbol{\Theta}\hat{\boldsymbol{\Gamma}}^{-1}\boldsymbol{\Theta}^{H}\boldsymbol{S})\right)=\arg\min_{\boldsymbol{\theta}}\left(\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{H}}(|\boldsymbol{S}|^{-1}\circ\boldsymbol{S})\boldsymbol{\theta}\right) \tag{7}$$

上述问题是非线性的，解析解难以获得，需采用数值优化方法求解，参数 $\boldsymbol{\theta}$ 的最大似然估计转化为非线性优化问题。上述推导过程即为基于 MLE 的 PL 的基本原理，通常采用后验相干性评价 PL 方法得到的最优相位质量：

$$\gamma_{\mathrm{pcoh}}=\frac{2}{p(p-1)}\mathrm{Re}\left[\sum_{r=1}^{p}\sum_{c=r+1}^{p}\exp(\mathrm{j}\phi_{r,c})\cdot\exp\left(-\mathrm{j}(\hat{\theta}_r-\hat{\theta}_c)\right)\right] \tag{8}$$

式中，γ_{pcoh} 为后验相干性；$\phi_{r,c}$ 为样本复相干矩阵中的干涉相位；$\hat{\theta}_r$、$\hat{\theta}_c$ 为估计的 SAR 影像最优相位；$\hat{\phi}_{r,c}=\hat{\theta}_r-\hat{\theta}_c$ 为估计的时序一致性干涉相位。通常通过 SHPs 数量(>20，可调整)和后验相干性(>0.65，可调整)双重阈值确定最终的 DS。

2　TDTS-SCM

式(7)表明，MLE 框架下 PL 的估计精度高度依赖于 SCCM 及 SCM。早期 PL 方法(如 PTA、EVD、EMI 等)通过岭正则化：$\boldsymbol{S}_\lambda=\boldsymbol{S}+\lambda\boldsymbol{I}$ 来改善 SCM 秩亏与非正定问题，即对 SCM 的对角元素迭代添加微小正扰动(即阻尼因子)直到满秩和正定。该方法虽可改善 SCM 的结构缺陷，使矩阵求逆不出现病态问题，但无法修正样本相干矩阵近似真实相干矩阵所引起的偏差。该策略在高相干区域(此时样本相干矩阵近似真实相干矩阵程度较高)可取得较好效果。

在信号处理和统计学领域，多个先进的收缩估计方法[30-33]已被提出并广泛验证。为提升 SCM 估计精度，研究者们将收缩估计方法[34]引入时序 InSAR PL 中，其基本形式为：

$$\boldsymbol{S}_\beta=\beta\boldsymbol{S}+(1-\beta)\frac{\mathrm{tr}(\boldsymbol{S})}{p}\boldsymbol{I} \tag{9}$$

式中，$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵；$\beta\in[0,1]$ 表示收缩参数。通常散射向量归一化后，SCCM 的迹(实数)与 p 的比值等于 1。根据是否自适应确定 β，收缩估计可分为固定(或经验)收缩和自适应收缩两类，前者根据已有的先验知识或交叉验证得到固定的收缩参数，而后者根据观测数据来估计最优收缩参数，使得收缩后的相干矩阵在某种意义下(通常为最小化均方误差)尽可能接近真实相干矩阵。

相较于传统的岭正则化方法，收缩估计方法不仅缓解了 SCM 非正定问题，同时通过将 SCM 向单位矩阵收缩，抑制了高维估计中的方差膨胀，一定程度减小了样本相干矩阵近似真实相干矩阵所引起的偏差，实现了方差-偏差的权衡。在中等相干性场景下，能取得较好的稳健性和估计性能，但在复杂地表环境和低相干区域的效果仍不尽如人意。

为应对复杂地表环境及低相干区域中 SCM 估计精度下降的问题，本文提出了一种自适应时间失相干锥化收缩估计方法：TDTS-SCM。该方法充分考虑了数据的空间结构特征以及相干性随时间基线呈现出的衰减和季节性波动规律，通过引入基于时间失相干特性的加权策略，实现对样本相干矩阵的精细调整和稳健估计。该算法具体步骤如下：

1)样本非高斯性量化。基于 SHPs 构建时空复散射矩阵 $\boldsymbol{Z}\in\boldsymbol{C}^{p\times n}$，通过椭圆分布拟合估计椭圆峰度参数 $\hat{\kappa}$，该参数量化样本分布相对于多元复高斯分布($\hat{\kappa}=0$)的尾部偏离程度，有效反映了数据的非高斯性，为分布形态分析提供了统计依据。

2)双域数据标准化处理。进行空间域中心化和时间域归一化处理：(1)对复散射矩阵 $\boldsymbol{Z}$ 逐行执行 M 估计中心化，消除偏移量，抑制空间样本离群值对时序统计特征的干扰，增强鲁棒性。(2)计算每个样本在时序中的欧几里得范数(L2 范数)$\boldsymbol{d}\in\boldsymbol{R}^{1\times n}$，利用欧氏长度逐列进行归一化，消除幅值尺度差异对协方差估计的影响。

3)构建鲁棒的空间符号协方差矩阵(spatial sign covariance matrix，SSCM)。基于标准化后的复散射矩阵，构造空间符号协方差矩阵 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{sgn}}$，即将标准化矩阵与其共轭转置相乘。该协方差通过保留方向信息(相位)，抑制幅值信息，从而专注于数据的分布“形状”特征而非“尺度”差异。相比 SCCM，SSCM 增强了对重尾分布和异常值的鲁棒性，有助于准确

捕捉数据分布的主轴方向特征。

4)空间符号协方差矩阵结构特征量化。计算SSCM的球形度参数,用于刻画其特征值分布的均匀性。可表达为:

$$\hat{\gamma}=\frac{n}{n-1}\left(p\left\|\boldsymbol{S}_{\mathrm{sgn}}\right\|_F^2-\frac{p}{n}\right) \tag{10}$$

式中,$\|\cdot\|_F$为Frobenius范数。当$\hat{\gamma}\to 1$时,说明特征值分布越均匀,所有特征值近似相等,表明矩阵近似各向同性(即在所有方向上的方差近似相等)。当$\hat{\gamma}\to 1/p$时,则表明特征值分布高度离散,存在一个或少数特征值远大于其他特征值,矩阵的谱能量集中于主成分方向。

5)加权SSCM特征量化。首先以初始SCM为先验,构建TDTS矩阵$\boldsymbol{W}$,可表示为:

$$\boldsymbol{W}_{i,j}=\begin{cases}0, \hat{\boldsymbol{\Gamma}}_{i,j}\leqslant\gamma_{\mathrm{low}}\\ \hat{\boldsymbol{\Gamma}}_{i,j}, \gamma_{\mathrm{low}}<\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_{i,j}\leqslant\gamma_{\mathrm{high}}\\ 1, \hat{\boldsymbol{\Gamma}}_{i,j}>\gamma_{\mathrm{high}}\end{cases} \tag{11}$$

式中,$\boldsymbol{\Gamma}_{i,j}=\left|S_{i,j}\right|$;$\gamma_{\mathrm{low}}$、$\gamma_{\mathrm{high}}$分别为SCM的两个阈值,可采用初始SCM上三角(或下三角)元素通过Multi-Otsu方法估计得到。

然后分别导出线性加权球形度参数$\hat{\gamma}_w$与非线性加权球形度参数$\hat{\gamma}_v$:

$$\hat{\gamma}_w=\frac{n}{n-1}\left[p\left\|\boldsymbol{W}\circ\boldsymbol{S}_{\mathrm{sgn}}\right\|_F^2-\frac{p}{n}\left(\boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{sgn}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{W}\circ\boldsymbol{W})\boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{sgn}}\right)\right] \tag{12}$$

$$\hat{\gamma}_v=\frac{n}{n-1}\left[p\left\|\sqrt{\boldsymbol{W}}\circ\boldsymbol{S}_{\mathrm{sgn}}\right\|_F^2-\frac{p}{n}\left(\boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{sgn}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{sgn}}\right)\right] \tag{13}$$

式中,$\boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{sgn}}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{S}_{\mathrm{sgn}})$。SSCM的加权过程可以精确反映实际相干矩阵的时衰特性和季节性波动规律。非线性加权(即平方根加权)可以弱化长时间基线干涉对导致的权重趋零效应,增强中短时间基线干涉对的贡献,从而更稳健地捕捉非线性时变模式。计算的统计量$\hat{\gamma}_w$和$\hat{\gamma}_v$分别表征时间失相干效应在协方差结构中的线性与非线性影响,二者协同作用实现对复杂时间失相干模式的层次化解析。

6)迭代估计最优收缩参数。根据前述从数据中计算的多种结构参数(即统计特征),建立多参数耦合的收缩参数估计模型[33]:

$$\hat{\beta}=\frac{n(\hat{\gamma}_v-1)}{n(\hat{\gamma}_w-1)+\dfrac{n}{n-1}\left(\dfrac{T_w}{p\eta^2}-\dfrac{2\hat{\gamma}}{p}\right)+\kappa\left(\dfrac{T_w}{p\eta^2}-\dfrac{2\hat{\gamma}}{p}+\hat{\gamma}_w-1\right)} \tag{14}$$

式中,$T_w=\left(\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{W}^{\circ}\boldsymbol{W})\boldsymbol{\lambda}\right)$;$\boldsymbol{\lambda}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{S})$;$\eta=\mathrm{tr}(\boldsymbol{S})/p$;其他参数的定义同前。

在最小均方误差意义下(即收缩后的协方差矩阵尽可能接近真实协方差矩阵),最小化目标函数为:

$$\hat{\beta}_{\mathrm{best}}=\underset{0\leqslant\hat{\beta}(k)\leqslant 1}{\arg\min}\,E\left[\left\|\boldsymbol{S}_{\hat{\beta}(k),\boldsymbol{W}(k)}-\boldsymbol{\Sigma}\right\|_F^2\right] \tag{15}$$

式中,k为迭代带宽参数。式(15)化简后等效于风险函数:$\hat{\beta}_{\mathrm{best}}=\underset{0\leqslant\hat{\beta}(k)\leqslant 1}{\arg\min}\left[\hat{\beta}(k)\left(1-\hat{\gamma}_v(k)\right)\right]$,$k=1,2,\cdots,p$,详细推导过程可参见文献[33,35]。重复步骤5)、6),迭代求解最优收缩参数和最佳带宽参数。

7)计算融合时空特征的SCCM:

$$\boldsymbol{S}_{\hat{\beta}_{\mathrm{best}},\boldsymbol{W}(k_{\mathrm{best}})}=\hat{\beta}_{\mathrm{best}}\left(\boldsymbol{W}(k_{\mathrm{best}})\circ\boldsymbol{S}\right)+\left(1-\hat{\beta}_{\mathrm{best}}\right)\eta\boldsymbol{I} \tag{16}$$

式中,$\boldsymbol{S}_{\hat{\beta}_{\mathrm{best}},\boldsymbol{W}(k_{\mathrm{best}})}$为加权收缩估计的SCCM;其他参数同前。对比普通收缩估计式(9),式(16)为加权收缩估计数学表达式。基于时间失相干的加权更能充分体现真实自然环境中的复杂性。TDTS-SCM算法流程如图1所示。

3 模拟实验结果与分析

3.1 时序数据的模拟与相干矩阵分析

为了评估TDTS-SCM算法的合理性和鲁棒性,首先使用模拟数据进行验证。PL要解决的是DS像元时序相位三角不闭合的问题,其误差源主要来源于时间失相干。为了充分体现真实自然环境中时间失相关的复杂性,考虑3种时间失相干模型:指数型[36]、长期型[37-38]和季节型[39]。指数型和长期型模型可以统一表示为:

$$\Gamma_{i,j}=\left(\gamma_0-\gamma_\infty\right)\cdot\exp\left(-\frac{\Delta t_{i,j}}{\tau}\right)+\gamma_\infty \tag{17}$$

式中,γ_0和γ_∞分别表示短期衰减相干性和长期持久相干性;$\Delta t_{i,j}$表示第i景和第j景SAR影像之间的时间基线;τ表示相干衰减时间常数。在指数型时间失相干模型中,$\gamma_\infty=0$,这表明超过时间基线阈值(即长时间基线)的干涉图相干性几乎为0。对于长期型时间去相干模型,$\gamma_\infty\neq 0$,即长时间基线干涉图也带有微弱相干信号。

与季节性相关的时间失相干模型定义为:

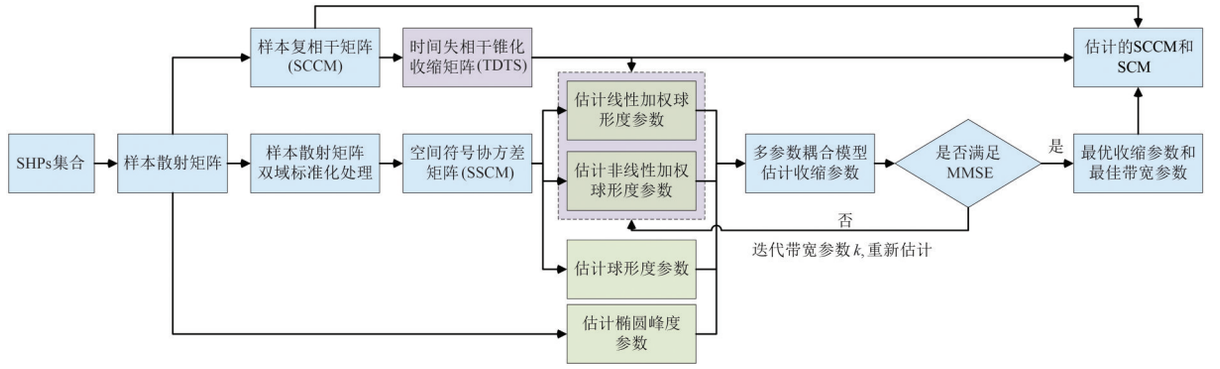


图 1　TDTS-SCM 算法流程图

Fig. 1　Flowchart of TDTS-SCM Algorithm

$$\Gamma_{i,j}=(\gamma_0-\gamma_s)\cdot\exp\left(-\frac{\Delta t_{i,j}}{\tau}\right)+\gamma_s\cdot\exp\left[-\frac{A}{\left(\cos\left(\omega\left(\Delta t_i-\tau_s\right)\right)+1\right)\left(\cos\left(\omega\left(\Delta t_j-\tau_s\right)\right)+1\right)}\right] \tag{18}$$

式中，γ_s表示季节型相干性值；Δt_i、Δt_j分别表示相对于参考影像（通常为首景 SAR 影像）的第 i 景和第 j 景 SAR 影像的时间基线；τ_s为季节性变化开始时间常数；$\omega=2\pi/365$是转换系数（年周期的角频率）；A 为控制季节变化幅度的参数；其他参数的定义同前。

根据上述三类时间失相干模型，模拟相应的相干矩阵（图 2(a)，相关参数的设置见图注），假设时序散射过程服从 CCG 分布并满足空间平稳性，则估计的初始样本相干矩阵如图 2(b)所示，TDTS-SCM 算法估计的样本相干矩阵如图 2(c)所示。

对比初始样本相干矩阵（图 2(b)）与真实相干矩阵（图 2(a)）可观察到长时间基线存在明显的正向偏差（颜色变化直观反映），偏差大小取决于相干性水平以及 SHPs 数量。理想条件下，相干性越高、SHPs 数量越多，偏差越小，初始样本相干矩阵越接近真实相干矩阵。然而，在严重失相干的实际环境中，场景的低相干性及邻域像元空间非平稳性将显著加剧初始样本相干矩阵的偏差。

与初始 SCM 相比，TDTS-SCM 算法精化后的样本相干矩阵（图 2(c)）与真实相干矩阵之间的偏差显著减小。初始样本相干矩阵通常存在分布较为离散的正向偏差，而 TDTS-SCM 则能有效压缩该偏差分布，在保证高相干干涉对估计精度的同时，明显减小了低相干干涉对的估计误差。这一特性对于时序一致性相位的精确恢复至关重要，因为当低相干干涉对的相干性估计偏差过大时，容易导致对不可靠相位观测的错误强调，从而严重影响一致性相位的稳定性与估计精度。

3.2　TDTS-SCM 算法时序一致性相位估计精度

目前，时序一致性相位恢复中常用的数值优化方法包括 PTA、EVD 和 EMI，这 3 种方法均属于基于 MLE 的 PL 算法。ANSARI 等[14]研究表明，相较于 PTA 方法，EVD 方法具有更高的计算效率，但其在相位估计精度方面略显不足，而 EMI 方法则在计算效率与估计精度之间取得了良好平衡，兼具 PTA 的高精度和 EVD 的高效率。值得注意的是，由于 SCM 是半正定对称矩阵，这些方法最初均采用岭正则化方法改善其正定性，但并未对 SCM 进行纠偏。因此本文将提出的 TDTS-SCM 算法与其他对比方法均与 EMI 框架整合，实现对 SCM 自身偏差进行修正和时序一致性相位的高效估计。

为评估 TDTS-SCM 算法的性能，本文选取岭正则化（通用方法）、固定收缩估计（经验方法）、Oracle 近似收缩（oracle approximating shrinkage，OAS）估计方法[31]以及 Tabasco（ell1，taper）方法[32-33]作为对比方法，并引入 Cramér-Rao 下界（Cramér-Rao lower bound，CRLB）[40]作为无偏估计理论精度的下限。采用估计的时序一致性相位与模拟相位之间的均方根误差（root mean square error，RMSE）作为定量评估指标。各估计器的 RMSE 基于 10 000 次蒙特卡罗实验计算获得，其中 CRLB 则依据三类时间失相干模型构建的真实相干矩阵计算得到。时序一致性相位估计精度结果如图 3 所示。

从图 3 定量结果可以看出：(1)在指数型和长期型时间失相干场景下，TDTS-SCM 算法均表现出最优的估计精度。在季节型时间失相干场景中，由于季节性变化引发相干性的周期性波动，一致性相位估计精度在整个时间序列中呈现明显的起伏特征，呈现典型的“驼峰”状趋势。在相干性较差的季节（“驼峰”阶段），TDTS-SCM 算法相比其他方法，估计精度略有优势。可以看

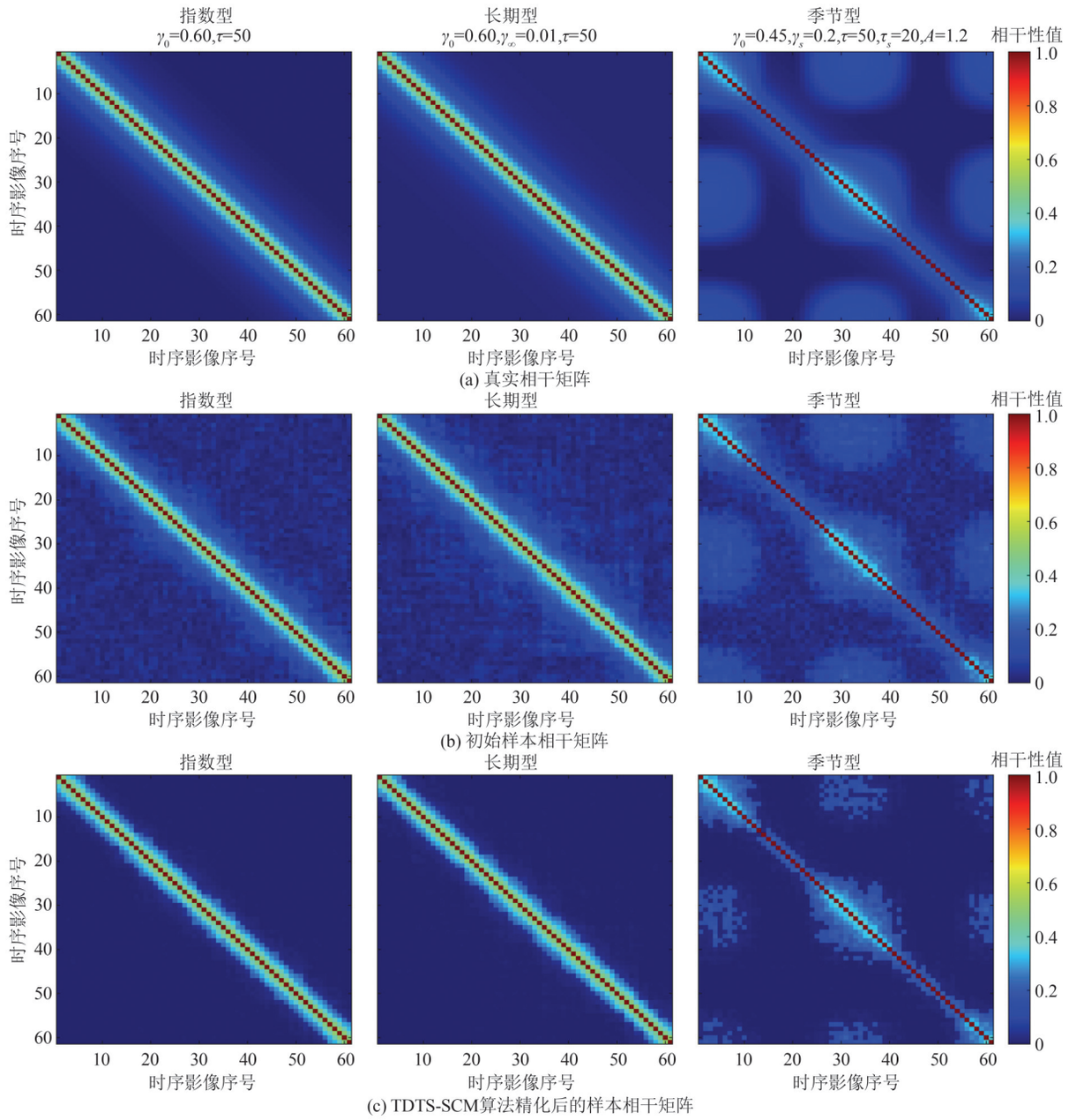


图2 不同时间失相干模型下模拟的真实相干矩阵、初始样本相干矩阵和TDTS-SCM算法估计的样本相干矩阵

Fig. 2 Simulated True Coherence Matrix, Initial Sample Coherence Matrix, and TDTS-SCM Estimated Sample Coherence Matrix Under Various Temporal Decorrelation Models

到,OAS估计方法在季节型时间失相干中表现出更强的感知能力,整个时间周期内保持较高的估计精度。(2)相比指数型时间失相干场景,长期型场景下5种不同算法的一致性相位估计精度均有不同程度的提高,且都更接近CRLB理论精度。两者主要区别在于是否在长时间基线干涉对中仍保留微弱的长期相干信号,这表明微弱的长期相干信号对SCM精化具有积极作用,有助于提升时序一致性相位的估计精度。

3.3 TDTS-SCM算法时序一致性相位估计性能

本文参考C波段Sentinel-1 SAR卫星相关参数:雷达波长为5.55 cm,时间采样间隔为12 d。形变相位采用平均速率为5 mm/a的线性趋势。基于§3.1中的三类时间失相干模型(相关参数的设置见图2(a)的图注),假设时序散射过程服从CCG并满足空间平稳性,模拟3组维度为512×512×61的时序差分干涉堆栈数据(每组61景,整个时间跨度为2 a)。值得提及的是,模拟的时序数据忽略了轨道误差相位、地形残差相位、大气延迟相位的影响。三类模拟时间失相干场景下,时序一致性相位优化结果如图4、图5、图6所示(等时间间距显示6景影像)。

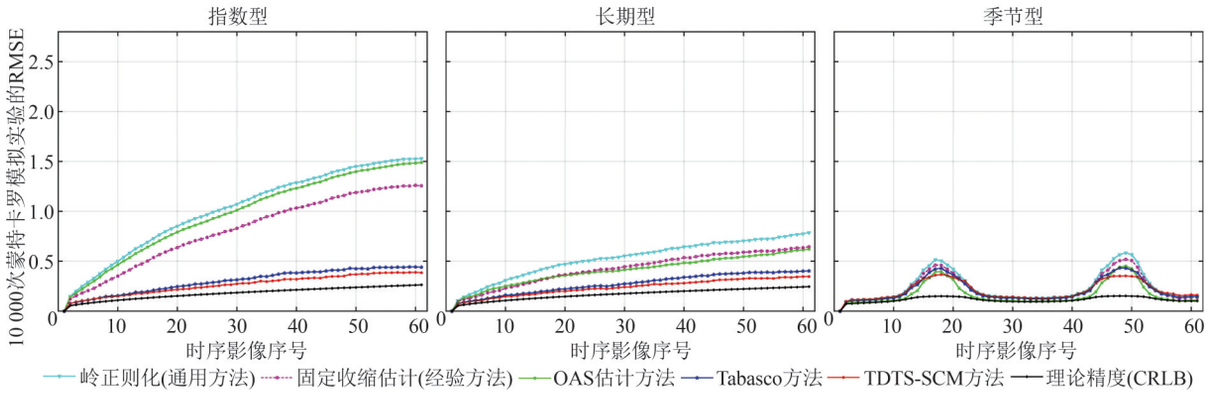


图 3　不同时间失相干模型下不同算法估计的时序一致性相位精度比较（SHPs 数量为 441）

Fig. 3　Accuracy Comparison of Time-Series Consistency Phase Estimation by Different Algorithms Under Various Temporal Decoherence Models (Number of SHPs Is 441)

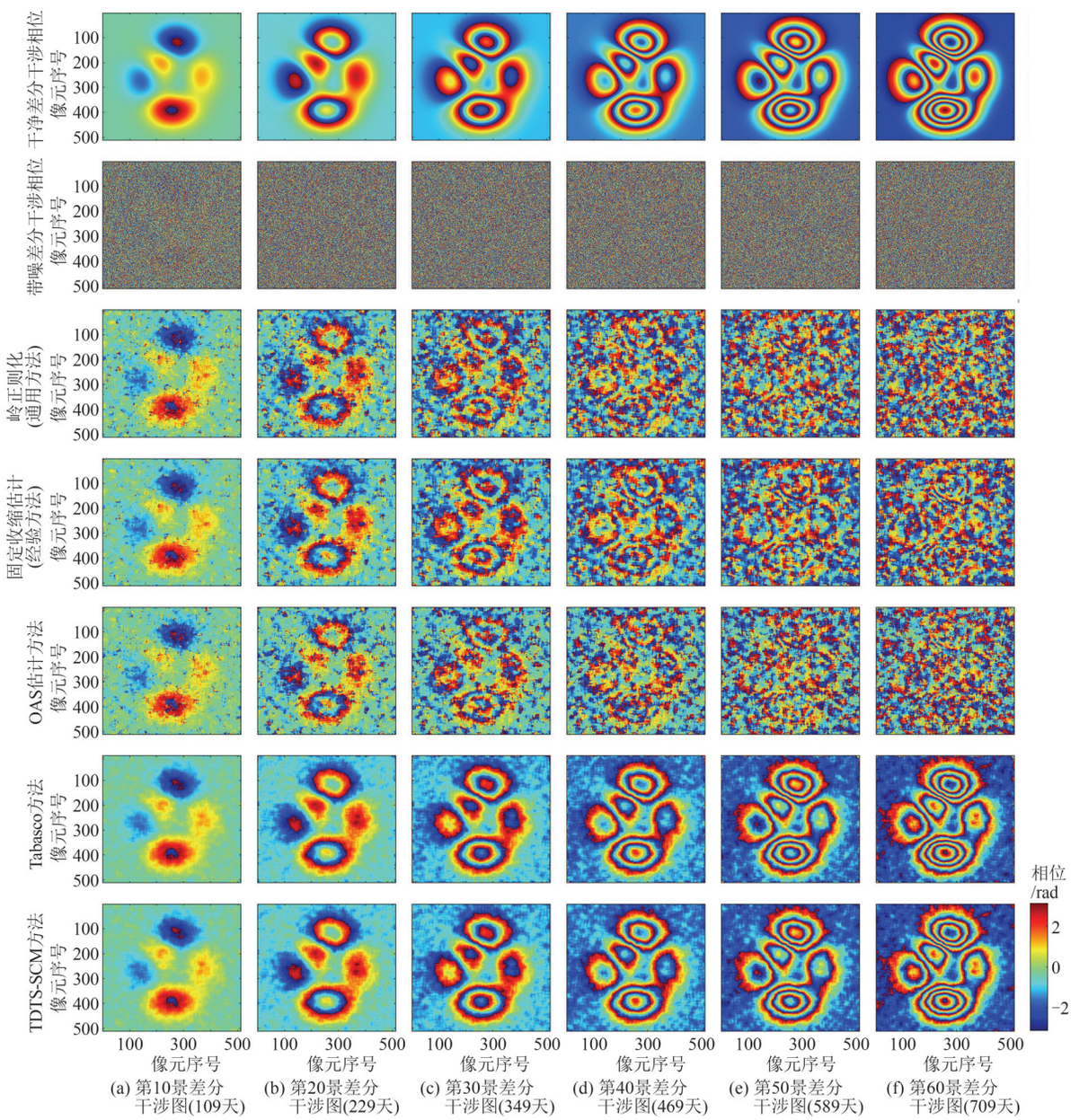


图 4　指数型时间失相干模型下不同算法估计时序一致性相位结果比较

Fig. 4　Comparison of Time-Series Consistency Phase Estimation by Different Algorithms Under Exponential Temporal Decoherence Models

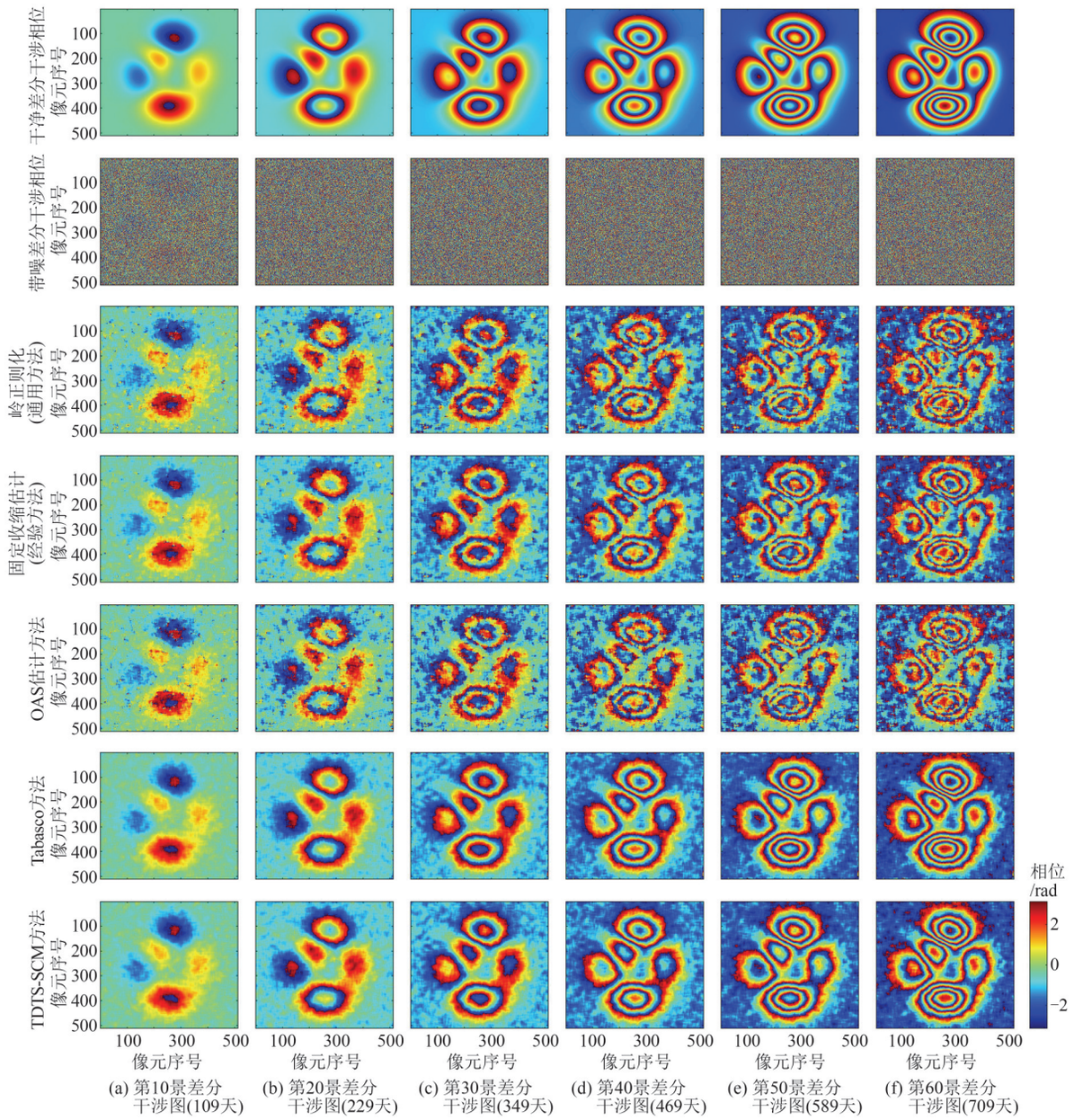


图5 长期型时间失相干模型下,不同算法估计时序一致性相位结果比较

Fig. 5 Comparison of Time-Series Consistency Phase Estimation by Different Algorithms Under Long-Term Temporal Decoherence Models

从图4~6的可视化结果可以看出:

1)在模拟的低相干环境中(图4~6中的第2行),对于指数型和长期型时间失相干,随着时间的推移,岭正则化(通用方法)、固定收缩估计(经验方法)和OAS估计方法的时序一致性相位的恢复能力逐渐减弱,最终在长时间基线干涉对中几乎无法有效恢复形变相位。而TDTS-SCM与Tabasco算法在长时间基线下仍表现出良好的相位恢复能力,同时在短时间基线内形变相位恢复性能也优于其他3种算法。在可视化结果中,TDTS-SCM与Tabasco两种算法的恢复效果较为接近,难以直观区分优劣;但结合图3中的定量结果可以看出,TDTS-SCM在估计精度方面表现更佳,整体性能更优。相比指数型时间失相干场景,由于微弱的长期相干信号的存在,5种方法在长期型场景下的时序一致性相位恢复的效果明显好于前者,这与§3.2的结论相佐证。

2)对于季节型时间失相干,在相干性较好的季节,干涉图质量较高(图6第2行带噪差分干涉相位图中的第1、3、4、6列),能较明显观察到形变相位成分,不同算法均能较好地恢复时序一致性相位,尤其是OAS估计方法;然而在相干性较差的季节("驼峰"阶段),见图6(b)和6(e),此时TDTS-SCM算法恢复形变相位性能最佳,这与§3.2中的定量结果一致。

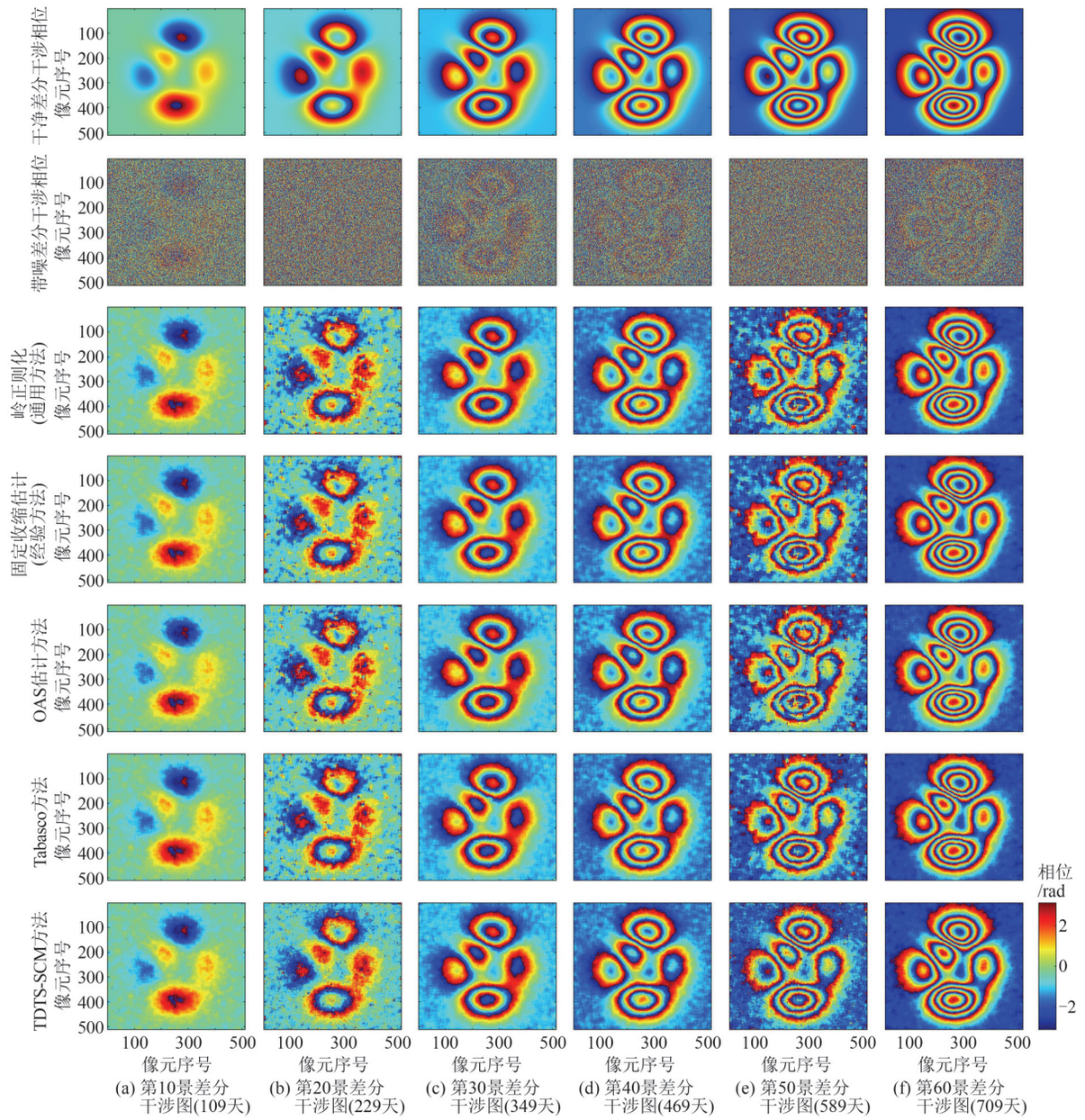


图 6　季节型时间失相干模型下不同算法估计时序一致性相位结果比较

Fig. 6　Comparison of Time-Series Consistency Phase Estimation by Different Algorithms Under Seasonal Temporal Decoherence Models

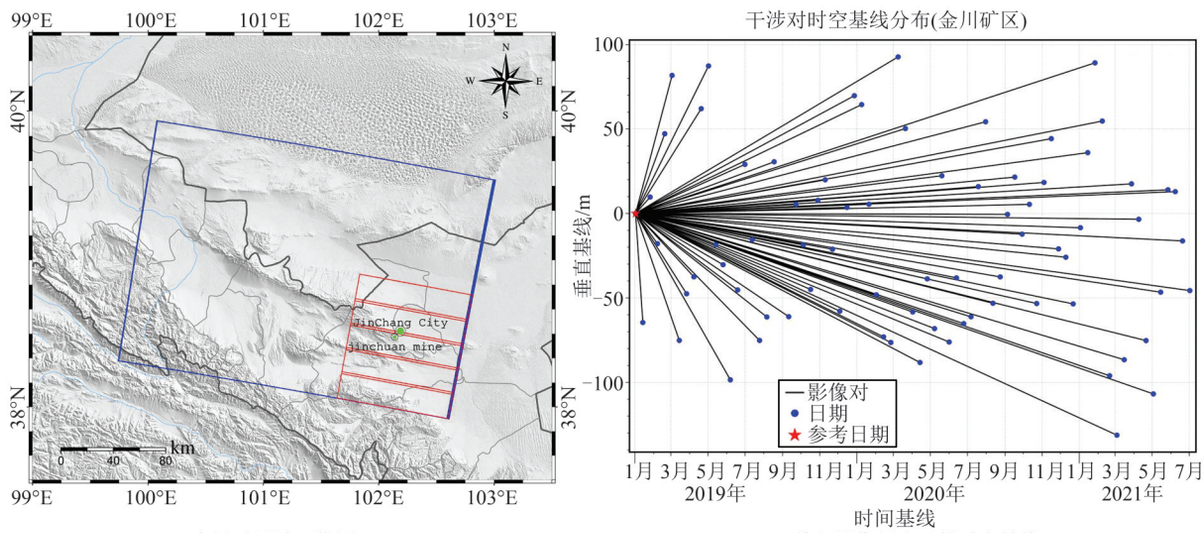
4　真实场景实验结果与分析

4.1　金川矿区简介及时序 SAR 数据集预处理

§3 中使用模拟数据通过定量和定性评估已验证 TDTS-SCM 算法是合理且鲁棒的。由于模拟数据相对比较理想,算法在非理想真实场景下的有效性有待验证。为进一步验证 TDTS-SCM 算法的实用性,选取甘肃省金昌市金川矿区真实场景作为实验区域。该矿区是中国重要的镍资源基地,伴生多种有色金属,地处祁连山与河西走廊交汇地带,位于构造活动频繁的龙首山断裂带。区内地形以低山丘陵为主,地势起伏明显;地层主要由辉绿岩、角闪岩等基性岩组成,地表广泛覆盖风沙化土壤,夹杂砂、黏土及砾石等松散沉积物。区域植被覆盖度较高,降水量总体较少但分布集中。长期矿业开采导致地表沉降与形变问题突出。该研究区适合检验和评估不同算法在失相干严重环境下的时序一致性相位恢复能力。

在 InSAR 技术中,失相干主要受时间失相干和几何失相干的共同影响。对于轨道控制精度较高的 Sentinel-1 卫星,其观测到的相干性幅值主要受时间失相干主导。因此,本文选取时间跨度从 2019-01-02—2021-07-02 期间获取的 76 景降轨 Sentinel-1 C 波段 VV 极化 SAR 影像作为实验数

据。为便于分析不同算法抵抗时间失相干的能力,选取第一景影像(2019-01-02)作为主影像,通过数据预处理、配准、去斜、干涉(干涉之前进行方位向带通滤波和距离向光谱频移滤波)、去平去地形(采用AW3D 30 m数字高程模型数据)等一系列处理,最终生成76景时序单主差分干涉图。金川矿区地理位置和实验数据覆盖情况、时空基线分布分别如图7(a)、7(b)所示。



(a) 金川矿区地理位置 (b) 单主影像组合下的时空基线

注:图7(a)中,蓝色边框为Sentinel-1数据的覆盖范围;红色边框为TOPS模式下选取的iw1下的5个burst。

图7 金川矿区地理位置、实验数据覆盖和选取情况和时空基线分布

Fig. 7 Geographical Location of Jinchuan Mining Area, Coverage and Selection of Experimental Data, and Spatiotemporal Baseline Distribution

4.2 时序一致性相位估计结果定性分析

与模拟数据一致,真实数据也采用不同的SCM估计器结合EMI方法快速、高效恢复时序一致性相位。为比较PL算法与常规相位滤波方法的差异,本文同时采用GAMMA中的自适应频谱滤波(adaptive spectral filtering,ADF)算法对差分干涉图滤波,该算法在频域中根据信号的局部相干性对干涉图进行自适应加权滤波,保留干涉信号并抑制噪声,能有效地保留边缘信息与结构特征。原始差分干涉图、ADF滤波后差分干涉图、不同算法时序一致性相位恢复结果及对应后验相干性如图8所示。

从图8第1行初始差分干涉相位图可以看出,随着时间基线的增加,干涉图的形变相位条纹结构变得更加密集和复杂,同时由于地物散射特性的变化,相干性逐渐降低,失相干噪声水平显著增加,形变信号逐渐被噪声湮没,传统二维ADF滤波(图8第2行)此时已难以有效抑制噪声。这表明PL方法相比传统二维滤波算法,抑制失相干噪声和恢复形变信号的效果更明显。

图8可视化结果同时也表明,尽管PL方法能有效抑制失相干噪声,但不同SCM精化算法恢复形变相位条纹结构的差别较大。TDTS-SCM算法不仅能有效恢复短时间基线相位条纹,对于长时间基线累计的密集相位条纹也能精确恢复,而其他4种算法仅能较好地恢复短时间基线相位条纹(图8(a)),对于密集相位条纹结构的恢复能力欠佳。

究其原因,对于长时间基线,干涉失相干加剧,样本散射向量的非高斯性更加显著,干涉相位混叠情况也逐渐严重,逐渐不符合CCG分布和平稳性假设。而TDTS-SCM算法针对时间失相干效应和非高斯性干扰问题进行了处理,同时结合每个像元自身物理散射机制,通过时间失相干锥化收缩(TDTS)矩阵,剔除低相干性的干涉对,抑制中等相干性干涉对,突出高相干性干涉对(时间邻近干涉对和季节性高相干性干涉对)的贡献,充分利用局部结构信息加权收缩估计以减小SCM偏差,缓解SCM求逆带来的影响。

4.3 时序一致性相位估计结果定量评估

由于没有真实相位值,无法使用RMSE、信噪比等定量指标,本文采用相位留数(phase residues,PR)指标定量评估TDTS-SCM算法的有效性和性能。PR点(也称相位残差点或相位奇点)是指相位图中由于噪声、地物变化或其他相干性降低因素导致的局部相位绕行不连续点。一般

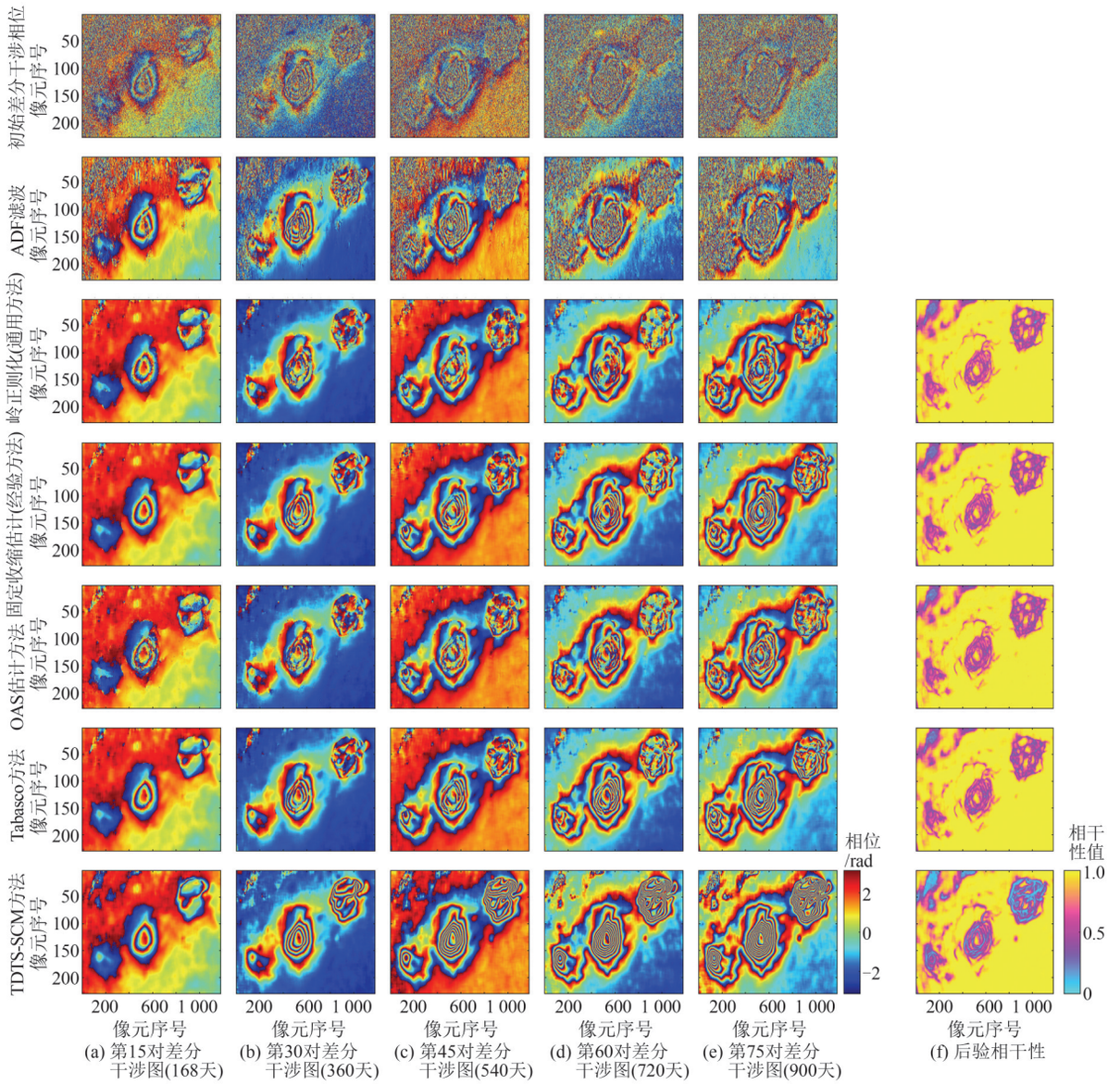


图 8　真实场景下不同算法估计时序一致性相位定性比较

Fig. 8　Qualitative Comparison of Time-Series Consistency Phase Estimation by Different Algorithms in Real Scenarios

而言，时间基线越长，地物变化引起的失相干越严重，相位一致性越差，相位留数百分占比越多，对应抑制噪声效果越差。PR的计算如下：

$$\mathrm{PR}(i,j)=\mathrm{round}\left(\frac{\Delta^{h}_{i,j}+\Delta^{v}_{i,j+1}-\Delta^{h}_{i+1,j}-\Delta^{v}_{i,j}}{2\pi}\right)\in\{-1,0,1\} \tag{19}$$

式中，Δ^{h}、Δ^{v}分别表示水平和垂直相位梯度图；1表示存在正缠绕（正留数）；−1表示存在负缠绕（负留数）；0表示没有相位缠绕。

为更清晰地显示，分别选取时间基线为720 d（2019-01-02—2020-12-22）和900 d（2019-01-02—2021-06-20）的第60景和第75景放大后的结果图来计算相应的定量指标（图9），第60景干涉相位图的相位残差点百分占比为：初始差分干涉相位图（18.527%）＞ADF滤波（4.055%）＞OAS估计方法（0.561%）＞岭正则化（通用方法）（0.484%）＞Tabasco方法（0.129%）＞固定收缩估计（经验方法）（0.106%）＞TDTS-SCM（0.000%），第75景相位残差点百分占比为：初始差分干涉相位图（18.894%）＞ADF滤波（5.245%）＞OAS估计方法（0.741%）＞岭正则化（通用方法）（0.495%）＞Tabasco方法（0.152%）＞固定收缩估计（经验方法）（0.117%）＞TDTS-SCM（0.000%）。

从放大后的结果图和定量指标可以进一步看出，TDTS-SCM算法恢复时序一致性相位的有效性最佳。另外，尽管固定收缩估计方法的PR百分占比优于Tabasco方法，但后者对相位条纹结构的恢复更好，这通过留数指标无法反映。OAS估计方法性能表现不佳，结合图3结果，推测可能由于实验区更符合长期型时间相干模式，

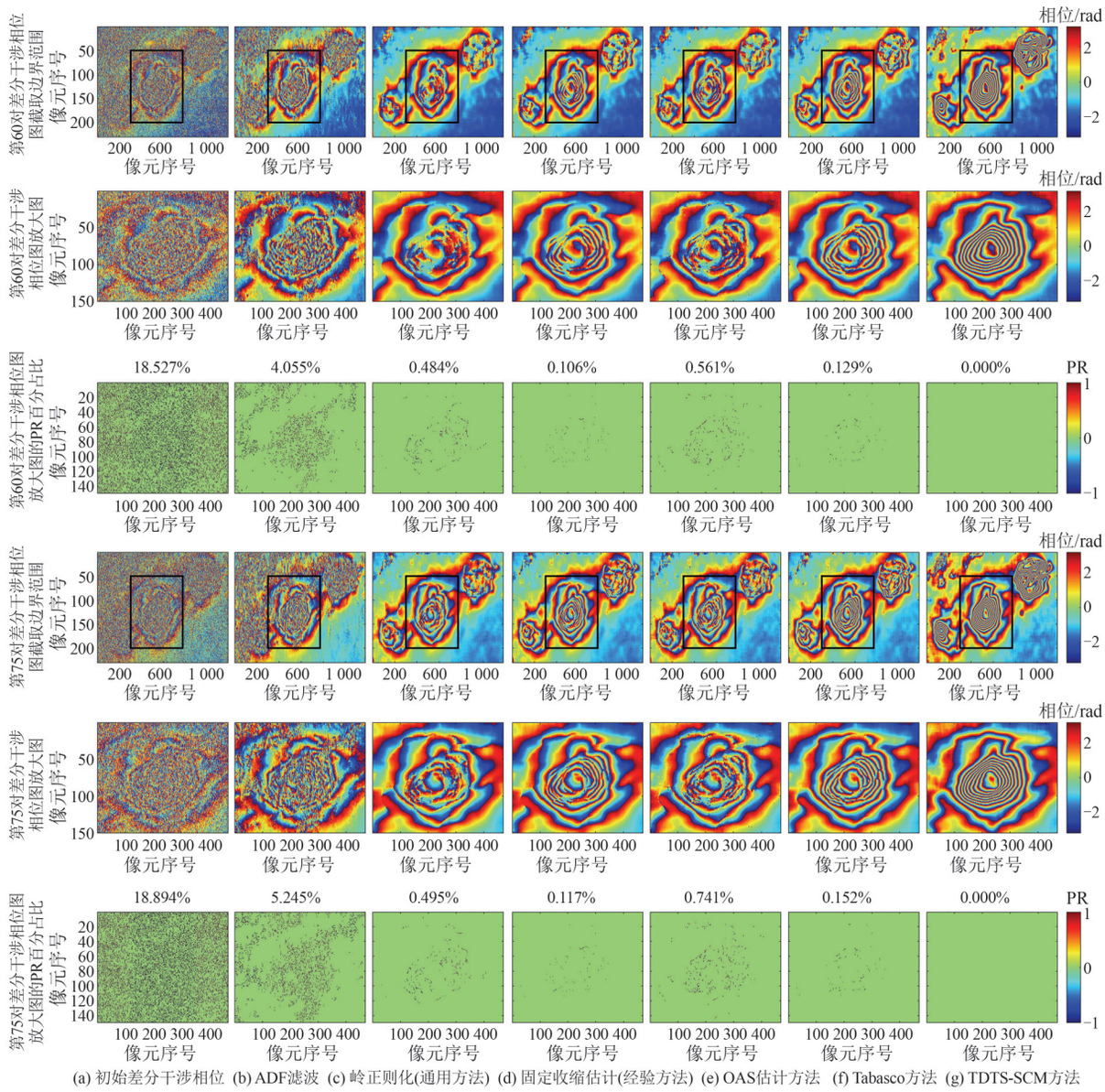


图9 真实场景下不同算法估计时序一致性相位定量比较

Fig. 9 Quantitative Comparison of Time-Series Consistency Phase Estimation by Different Algorithms in Real Scenarios

季节性变化不明显。

5 结 语

基于MLE的PL方法的性能与SCM准确估计密切相关,尤其是SCM中低相干干涉对的偏差会严重影响PL性能。本文提出的TDTS-SCM算法性能主要体现在:(1)通过空间域M估计中心化与时间域L2范数归一化抑制重尾分布和异常值干扰,引入空间符号协方差矩阵提取分布形状特征;(2)构建时间失相干锥化收缩矩阵编码指数衰减、季节周期等物理先验,通过Hadamard积强化局部时-空相关性;(3)引入球形度参数感知SSCM特征值分布特性,建立峰度-球形度联合特征空间;(4)通过多参数耦合的收缩参数估计模型和最小均方误差下的风险函数,自适应估计最佳收缩系数以平衡偏差与估计方差,实现复杂失相干模式下的加权收缩估计。

模拟实验定量和定性结果表明:针对不同时间失相干模型,该算法在长时间基线的低相干环境中仍能有效恢复时序一致性相位,并有较高的估计精度,能有效恢复其他算法无法恢复的时序形变信号。真实场景实验结果进一步表明,本文提出的算法有效抑制了长时间基线失相干的问题,清晰地还原了密集的形变相位条纹结构。值得注意的是,计算得到的后验相干性整体偏低,这是符合预期的,因为构建TDTS矩阵时削弱了部分干涉对的贡献,这会导致式(8)中的分子项

(相干幅值之和)减小,从而估计的后验相干性变小。另外,该算法涉及的处理过程引入了额外的计算负担。

参 考 文 献

[1] FERRETTI A, PRATI C, ROCCA F. Nonlinear Subsidence Rate Estimation Using Permanent Scatterers in Differential SAR Interferometry[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2000, 38(5): 2202-2212.

[2] 许兵, 朱焱, 李志伟, 等. 国产卫星时序 InSAR 形变监测精度分析[J]. 测绘学报, 2024, 53(10): 1930-1941.
XU Bing, ZHU Yan, LI Zhiwei, et al. Analysis of InSAR Time-Series Deformation Monitoring Accuracy of Domestic Satellite [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2024, 53(10): 1930-1941.

[3] FERRETTI A, SAVIO G, BARZAGHI R, et al. Submillimeter Accuracy of InSAR Time Series: Experimental Validation [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2007, 45 (5): 1142-1153.

[4] FERRETTI A, PRATI C, ROCCA F. Permanent Scatterers in SAR Interferometry[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2001, 39 (1): 8-20.

[5] BERARDINO P, FORNARO G, LANARI R, et al. A New Algorithm for Surface Deformation Monitoring Based on Small Baseline Differential SAR Interferograms[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2002, 40(11): 2375-2383.

[6] HOOPER A, ZEBKER H, SEGALL P, et al. A New Method for Measuring Deformation on Volcanoes and Other Natural Terrains Using InSAR Persistent Scatterers[J]. *Geophysical Research Letters*, 2004, 31(23): L23611.

[7] HOOPER A, SEGALL P, ZEBKER H. Persistent Scatterer Interferometric Synthetic Aperture Radar for Crustal Deformation Analysis, with Application to Volcán Alcedo, Galápagos[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2007, 112(B7): B07407.

[8] PARIZZI A, BRCIC R. Adaptive InSAR Stack Multilooking Exploiting Amplitude Statistics: A Comparison Between Different Techniques and Practical Results[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2011, 8(3): 441-445.

[9] WANG Y J, DENG Y K, WANG R, et al. Adaptive Multilooking Based on Complex Patch for Multitemporal Interferometry[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2018, 11(3): 907-918.

[10] PEPE A, MASTRO P, JONES C E. Adaptive Multilooking of Multitemporal Differential SAR Interferometric Data Stack Using Directional Statistics [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2020, 59(8): 6706-6721.

[11] GUARNIERI A M, TEBALDINI S. On the Exploitation of Target Statistics for SAR Interferometry Applications[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2008, 46(11): 3436-3443.

[12] FERRETTI A, FUMAGALLI A, NOVALI F, et al. A New Algorithm for Processing Interferometric Data-Stacks: SqueeSAR [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(9): 3460-3470.

[13] ZHAO C J, LI Z, TIAN B S, et al. A Statistically Homogeneous Pixel Selection Approach for Adaptive Estimation of Multitemporal InSAR Covariance Matrix[J]. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 2022, 110: 102792.

[14] ANSARI H, DE ZAN F, BAMLER R. Efficient Phase Estimation for Interferogram Stacks [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2018, 56(7): 4109-4125.

[15] FORNARO G, VERDE S, REALE D, et al. CAESAR: An Approach Based on Covariance Matrix Decomposition to Improve Multibaseline - Multitemporal Interferometric SAR Processing[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 53(4): 2050-2065.

[16] CAO N, LEE H, JUNG H C. A Phase-Decomposition-Based PSInSAR Processing Method [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2016, 54(2): 1074-1090.

[17] SAMIEI-ESFAHANY S, MARTINS J E, VAN LEIJEN F, et al. Phase Estimation for Distributed Scatterers in InSAR Stacks Using Integer Least Squares Estimation[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2016, 54(10): 5671-5687.

[18] ZHAO C J, LI Z, TIAN B S, et al. A Ground Surface Deformation Monitoring InSAR Method Using Improved Distributed Scatterers Phase Estimation [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2019, 12 (11): 4543-4553.

[19] WANG C S, WANG X S, XU Y P, et al. A New Likelihood Function for Consistent Phase Series Esti-

mation in Distributed Scatterer Interferometry[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2022, 60: 5227314.

[20] VU P V H, BRELOY A, BRIGUI F, et al. Covariance Fitting Interferometric Phase Linking: Modular Framework and Optimization Algorithms[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2025, 63: 5207718.

[21] MINH D H T, TEBALDINI S. Interferometric Phase Linking: Algorithm, Application, and Perspective[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, 2023, 11(3): 46-62.

[22] 沈鹏, 汪长城, 廖明生, 等. 时序InSAR相位连接方法研究进展[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2025, 50(8):1483-1497.
SHEN Peng, WANG Changcheng, LIAO Mingsheng, et al. Research Progress of Phase Linking Method in Time-Series InSAR[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2025, 50(8): 1483-1497.

[23] JIANG M, GUARNIERI A M. Distributed Scatterer Interferometry with the Refinement of Spatiotemporal Coherence[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2020, 58(6): 3977-3987.

[24] ZWIEBACK S. Cheap, Valid Regularizers for Improved Interferometric Phase Linking[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2022, 19: 4512704.

[25] SHEN P, WANG C C, AN B. AdpPL: An Adaptive Phase Linking-Based Distributed Scatterer Interferometry with Emphasis on Interferometric Pair Selection Optimization and Adaptive Regularization[J]. *Remote Sensing of Environment*, 2023, 295: 113687.

[26] GAO Z, HE X F, MA Z F, et al. Distributed Scatterer Interferometry for Fast Decorrelation Scenarios Based on Sparsity Regularization[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2024, 62: 5209614.

[27] LIANG H Y, ZHANG L, LI X, et al. Coherence Bias Mitigation Through Regularized Tapered Coherence Matrix for Phase Linking in Decorrelated Environments[J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2024, 215: 369-382.

[28] CHEN B Q, LIU N J, YU H W, et al. TSO-PL: A Novel Phase Linking Method for DS InSAR Based on a Two-Step Strategy to Optimize the Sample Coherence Matrix[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2025, 63: 4502819.

[29] CONRADSEN K, NIELSEN A A, SCHOU J, et al. A Test Statistic in the Complex Wishart Distribution and Its Application to Change Detection in Polarimetric SAR Data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2003, 41(1): 4-19.

[30] LEDOIT O, WOLF M. A Well-Conditioned Estimator for Large-Dimensional Covariance Matrices[J]. *Journal of Multivariate Analysis*, 2004, 88(2): 365-411.

[31] CHEN Y L, WIESEL A, ELDAR Y C, et al. Shrinkage Algorithms for MMSE Covariance Estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(10): 5016-5029.

[32] OLLILA E, RANINEN E. Optimal Shrinkage Covariance Matrix Estimation Under Random Sampling from Elliptical Distributions[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(10): 2707-2719.

[33] OLLILA E, BRELOY A. Regularized Tapered Sample Covariance Matrix[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, 70: 2306-2320.

[34] ZHAO C J, YU H W, JIANG M, et al. A Hybrid Approach for High-Precision Phase Estimation in Distributed Scatterer Interferometry[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2024, 62: 5202416.

[35] RANINEN E, TYLER D E, OLLILA E. Linear Pooling of Sample Covariance Matrices[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2021, 70: 659-672.

[36] ROCCA F. Modeling Interferogram Stacks[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2007, 45(10): 3289-3299.

[37] PARIZZI A, CONG X, EINEDER M. First Results from Multifrequency Interferometry. A Comparison of Different Decorrelation Time Constants at L, C, and X Band[J]. *ESA Scientific Publications*, 2009(SP-677): 1-5.

[38] MORISHITA Y, HANSSEN R F. Temporal Decorrelation in L-, C-, and X-Band Satellite Radar Interferometry for Pasture on Drained Peat Soils[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 53(2): 1096-1104.

[39] EPPLER J, RABUS B T. Adapting InSAR Phase Linking for Seasonally Snow-Covered Terrain[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2022, 60: 4305313.

[40] GUARNIERI A M, TEBALDINI S. Hybrid Cramér-Rao Bounds for Crustal Displacement Field Estimators in SAR Interferometry[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(12): 1012-1015.